

Übungsblatt 2

Aufgabe 1

a) Benutzen Sie eine Pfadordnung um die Terminierung des folgenden TES zu zeigen.

$$\begin{aligned}D_X(X) &\rightarrow 1 \\D_X(Y) &\rightarrow 0 \\D_X(u + v) &\rightarrow D_X(u) + D_X(v) \\D_X(u * v) &\rightarrow (u * D_X(v)) + (D_X(u) * v)\end{aligned}$$

b) Benutzen Sie eine Polynomordnung um die Terminierung des folgenden TES zu zeigen.

$$\begin{aligned}x + \mathcal{O} &\rightarrow x \\x + s(y) &\rightarrow s(x + y) \\d(\mathcal{O}) &\rightarrow \mathcal{O} \\d(s(x)) &\rightarrow s(s(d(x)))\end{aligned}$$

c) Zeigen Sie dass das folgende TES terminiert.

$$f(f(x)) \rightarrow f(g(f(x)))$$

Aufgabe 2

Das TES \mathcal{R}_{emb} sei gegeben als $\mathcal{R}_{\text{emb}} = \{f(x_1, \dots, x_n) \rightarrow x_i \mid f \in \Sigma \text{ mit Stelligkeit } n, 1 \leq i \leq n\}$.
Zeigen Sie $\rightarrow_{\mathcal{R}_{\text{emb}}}^+ = \succ_{\text{emb}}$.

Aufgabe 3

Eine Reduktionsordnung \succ ist eine *Simplifikationsordnung* gdw. $s \succ t$ für alle Terme s, t mit $s \succ_{\text{emb}} t$.

- Zeigen Sie dass jede lexikographische Pfadordnung und jede Multimengen-Pfadordnung eine Simplifikationsordnung ist.
- Sind Polynomordnungen immer Simplifikationsordnungen?
- Kann es eine Simplifikationsordnung geben mit der die Terminierung des TES aus Aufgabe 1 c) gezeigt werden kann?