

Aufgabe 3 (Ackermann-Reduktion)

Gegeben die EUF-Formel $F(F(x_1)) \neq F(x_1) \wedge F(F(x_1)) \neq F(x_2) \wedge x_2 = F(x_1)$. Geben Sie eine erfüllbarkeitsäquivalente Formel in der Logik mit Gleichheit an, indem Sie die Ackermann-Reduktion anwenden.

Aufgabe 4 (Logik mit Gleichheit und uninterpretierten Funktionen)

a) Berechnen Sie für die folgenden EUF-Formeln die Erfüllbarkeit anhand des *Congruence-Closure*-Algorithmus:

1. $x_1 = x_2 \wedge x_2 = x_3 \wedge x_4 = x_5 \wedge x_5 \neq x_1 \wedge F(x_1) \neq F(x_3)$

2. $u_1 = F(x_1, y_1) \wedge u_2 = F(x_2, y_2) \wedge z = G(u_1, u_2) \wedge z \neq G(F(x_1, y_1), F(x_2, y_2))$

b) Modifizieren Sie den DPLL-Algorithmus für Aussagenlogik so, dass er für EUF-Formeln geeignet ist. Prüfen Sie dabei in jedem Knoten des Entscheidungsbaumes mit Hilfe des *Congruence Closure*-Algorithmus, ob die zugehörige Konjunktion von Atomen erfüllbar ist. Wenden Sie Ihren Algorithmus auf das folgende Beispiel an:

$$(F(y) = F(z) \Rightarrow x = y) \Leftrightarrow (F(y) = F(z) \Rightarrow x = z)$$

Falls die Formel erfüllbar ist, geben Sie eine erfüllende Belegung an.