

**Aufgabe 7 (DPLL(T)) [6 Punkte]**

Stellen Sie fest, ob die Formeln

$$F : ((x \leq 5 \vee x < y) \wedge x < 7 \wedge x' = x + 1 \wedge y \leq 6) \rightarrow x' < 7$$

$$G : (f(x) = f(f(x)) \vee f(y) = y) \wedge (g(x, y) = f(x) \vee g(x, x) = f(x)) \rightarrow g(x, x) = f(f(x))$$

allgemeingültig sind oder nicht, indem Sie den DPLL(T)-Algorithmus anwenden.

Verwenden Sie als *theory solver* für  $F$  den Fourier-Motzkin-Algorithmus und für  $G$  die Ackermann-Reduktion in Verbindung mit einem Entscheidungsverfahren für Logik mit Gleichheit.

**Aufgabe 8 (Fourier-Motzkin-Elimination) [4 Punkte]**

Gegeben die Menge  $S$  von Ungleichungen

$$S = \left\{ x \leq -y + \frac{11}{5}, \quad x \leq y + \frac{1}{2}, \quad x \geq 3y - z, \quad z \geq x - y, \quad z \leq 3x \right\}.$$

Bestimmen Sie sämtliche Lösungen von  $S$  über den rationalen Zahlen  $\mathbb{Q}$ .

**Aufgabe 9 (SMT-LIB, LIA) [10 Punkte]**

Schreiben Sie ein Programm, das die Codierung eines linearen ganzzahligen Gleichungssystems aus Aufgabe 4 in ein Problem im SMT-LIB-Format überführt.

Testen Sie Ihr Programm, indem Sie den SMT-Solver Z3 (<https://github.com/Z3Prover/z3/releases>) zur Lösung der Beispiele aus Aufgabe 4 verwenden, und vergleichen Sie gegebenenfalls die generierten Lösungen mit Ihrer Implementierung zur Lösung linearer diophantischer Gleichungssysteme.

**Aufgabe 10 (Differenz-Logik) [optional, 5 Punkte]**

Formeln der Differenz-Logik bestehen aus einer Menge von Ungleichungen der Form  $x - y \leq c$  für Variablen  $x, y$  und eine Konstante  $c \in \mathbb{Q}$ , wobei Variablen über rationalen Zahlen interpretiert werden. Die Ungleichungen werden als konjunktiv verknüpft verstanden. Überlegen Sie sich ein Entscheidungsverfahren für Formeln der Differenz-Logik.